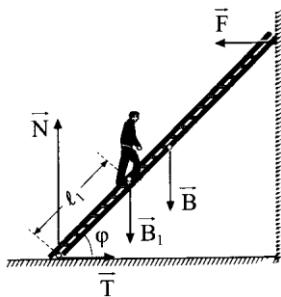


1

Mία ομογενής σκάλα μήκους  $\ell$  και βάρους  $B=400N$ , στηρίζεται σε οριζόντιο δάπεδο και σε λείο κατα-

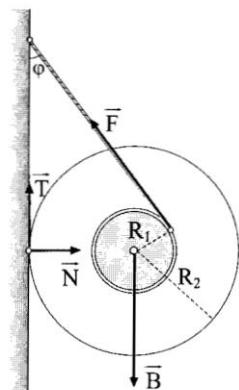


κόρυφο τοίχο, σχηματίζοντας με το δάπεδο γωνία  $\varphi = 53^\circ$  ( $\eta\mu\varphi=0,8$ ). Ένας άνθρωπος βάρους  $B_1=600N$ , βρίσκεται ακίνητος σε ένα σημείο της σκάλας το οποίο απέχει από το δάπεδο απόσταση  $\ell_1 = \frac{\ell}{3}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.

- a.** Να υπολογίσετε όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στη σκάλα.  
**β.** Να βρείτε για ποιες τιμές του συντελεστή τριβής μεταξύ σκάλας και δαπέδου η σκάλα ισορροπεί.

3

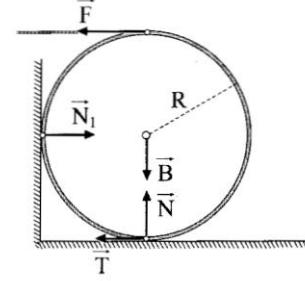
Στον εσωτερικό κύλινδρο ενός καρουσλιού βάρους  $B=34N$  και ακτίνων  $R_1, R_2$  με  $R_2=4R_1$ , είναι τυλιγμένο ένα νήμα. Το άκρο του νήματος είναι δεμένο σε κατακόρυφο τοίχο με τον οποίο σχηματίζει γωνία  $\varphi$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο εξωτερικός κύλινδρος του καρουσλιού εφαπτεται στον κατακόρυφο τοίχο με τον οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής  $\mu=0,5$ .



- α.** Να βρείτε την ελάχιστη γωνία  $\varphi$  που μπορεί να σχηματίζει το νήμα με τον κατακόρυφο τοίχο, ώστε το καρούλι να ισορροπεί.  
**β.** Για την ελάχιστη αυτή τιμή της γωνίας  $\varphi$ , να υπολογίσετε τις τιμές των δυνάμεων που ασκούνται στο καρούλι.  
**γ.** Αν η γωνία  $\varphi$  είναι  $\varphi \approx 53^\circ$  ( $\eta\mu\varphi=0,8$  και  $\sin\varphi=0,6$ ), να υπολογιστούν οι νέες τιμές των δυνάμεων που ασκούνται στο καρούλι.

2

Ένας κύλινδρος ακτίνας  $R$  βρίσκεται στη γωνία μεταξύ οριζόντιου δαπέδου και λείου κατακόρυφου τοίχου ύψους  $H < 2R$ . Με τη βοή-

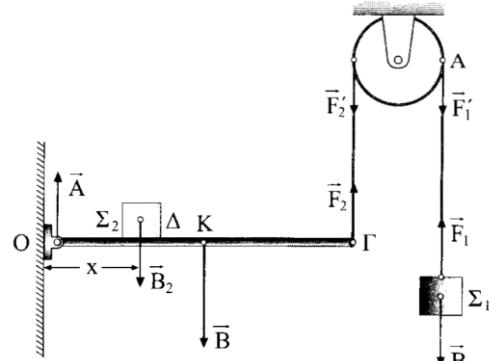


θεια ενός νήματος που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ασκούμε οριζόντια δύναμη  $F$  με κατεύθυνση προς τον κατακόρυφο τοίχο. Ο κύλινδρος έχει βάρος  $B=100N$  και παρουσιάζει με το οριζόντιο δάπεδο συντελεστή τριβής  $\mu=0,3$ .

- α.** Να βρεθεί η μέγιστη τιμή της δύναμης  $F$ , ώστε ο κύλινδρος να μην περιστρέφεται.  
**β.** Για την τιμή αυτή της δύναμης  $F$ , να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο.  
**γ.** Αν η τιμή της δύναμης  $F$  μειωθεί στα  $2/3$  της αρχικής, να υπολογίσετε τις νέες τιμές των δυνάμεων που ασκούνται στον κύλινδρο.

4

Μία ομογενής ράβδος ΟΓ μήκους  $\ell=1,2m$  και βάρους  $B=20N$ , είναι αρθρωμένη σε κατακόρυφο τοίχο σε σημείο Ο, ενώ στο άλλο άκρο της Γ είναι δεμένο κατακόρυφο νήμα το οποίο μέσω της τροχαλίας συγκρατεί ένα σώμα  $\Sigma_1$ , βάρους  $B_1=15N$ .



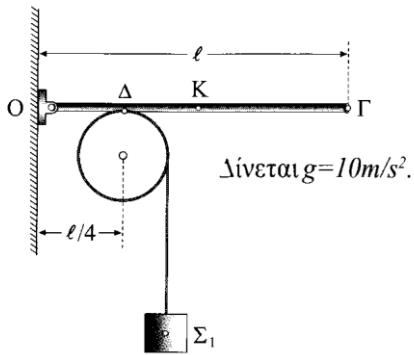
Πάνω στη ράβδο τοποθετούμε σώμα  $\Sigma_2$ , βάρους  $B_2=12N$  και το σύστημα ισορροπεί με την τροχαλία να μην περιστρέφεται και τη ράβδο να είναι οριζόντια. Να υπολογίσετε:

- α.** σε πόση απόσταση από το άκρο Ο της ράβδου έχει τοποθετηθεί το σώμα  $\Sigma_2$ .  
**β.** τη δύναμη που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση.

5

Μία ομογενής σανίδα βάρους  $B=100N$  και μήκους  $\ell$ , είναι αρθρωμένη σε κατακόρυφο τούχο με το ένα άκρο της Ο. Η σανίδα διατηρείται οριζόντια ακουμπώντας πάνω σε κύλινδρο σε απόσταση  $\frac{\ell}{4}$  από την άρθρωση. Στον κύλινδρο είναι τυλιγμένο νήμα στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο ένα σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1=1kg$ . Το σώμα  $\Sigma_1$  ηρεμεί, και ο κύλινδρος δεν περιστρέφεται. Να βρείτε:

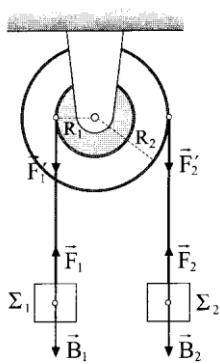
- τη δύναμη της τριβής που ασκείται από τη σανίδα στον κύλινδρο.
- την κατακόρυφη δύναμη που ασκεί ο κύλινδρος στη σανίδα.
- για ποιες τιμές του συντελεστή τριβής μεταξύ σανίδας και κυλίνδρου ο κύλινδρος δεν περιστρέφεται.
- τη δύναμη της άρθρωσης.



7

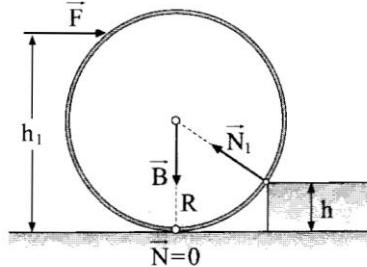
Τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  κρέμονται μέσω διαφορετικών αβαρών νημάτων από μια διπλή τροχαλία, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν είναι  $R_1 = \frac{R_2}{2}$ , για τα βάρη  $B_1$  και  $B_2$  των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , ισχύει η σχέση:

- $B_1 = 2B_2$
- $B_1 = \frac{B_2}{2}$
- $B_1 \cdot R_2 = B_2 \cdot R_1$
- $B_1 = B_2$



6

Ένας εργάτης σπρώχνει ένα κυλινδρικό δοχείο βάρους  $B=600N$  και ακτίνας  $R=37,5cm$ . Ο κύλινδρος κυλίεται σε οριζόντιο δάπεδο και σταματάει σε σκαλοπάτι ύψους  $h=15cm$ . Ο εργάτης για να ανεβάσει τον κύλινδρο στο σκαλοπάτι ασκεί οριζόντια δύναμη  $F$  σε ύψος  $h_1=60cm$  από το δάπεδο.

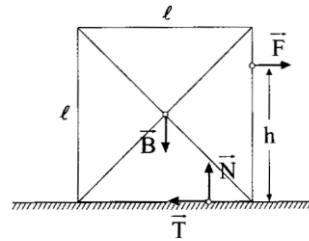


Για ποιες τιμές της δύναμης  $F$  ο κύλινδρος θα ανέβει το σκαλοπάτι;

8

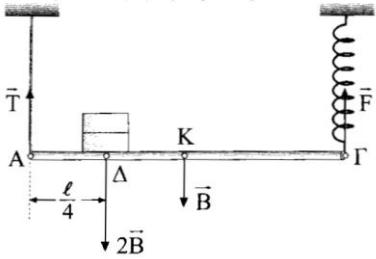
Ομογενής κύβος ακμής  $\ell = 20cm$  είναι τοποθετημένος πάνω σε οριζόντια επιφάνεια με την οποία παρουσιάζει συντελεστή τριβής  $\mu$ . Ασκούμε στον κύβο οριζόντια δύναμη  $F$ , της οποίας ο φορέας βρίσκεται σε ύψος  $h=16cm$  από την οριζόντια επιφάνεια.

- Για ποιες τιμές του συντελεστή τριβής έχουμε ολίσθηση πριν την ανατροπή;
- Αν  $\mu=0,4$ , να βρείτε το σημείο εφαρμογής της δύναμης στήριξης που ασκεί το δάπεδο στον κύβο.



9

Μία λεπτή ομογενής σανίδα βάρους  $B$  και μήκους  $\ell$  διατηρείται οριζόντια έχοντας δεμένα στα δύο άκρα της ένα νήμα και ένα δυναμόμετρο. Σε ένα σημείο της σανίδας που απέχει  $\frac{\ell}{4}$  από το άκρο  $A$ , τοποθετούμε 2 όμοια σώματα ( $\Sigma$ ), βάρους  $B$  το καθένα.



**A.** Η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι ίση με:

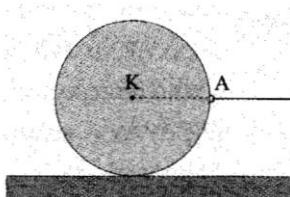
- A.1.  $B$     A.2.  $2B$     A.3.  $3B$     A.4.  $4B$

**B.** Αν διπλασιάσουμε το πλήθος των σωμάτων ( $\Sigma$ ), η ένδειξη του δυναμόμετρου θα:

- B.1. διπλασιαστεί.  
B.2. τετραπλασιαστεί.  
B.3. αυξηθεί κατά 1,5 φορές.

11

Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε μία ομογενή σφαίρα με κέντρο  $K$  που ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο με συντελεστή τριβής  $\mu = 0,2$ . Σε ένα σημείο  $A$  της περιφέρειας της σφαίρας υπάρχει μικρό άγκιστρο στο οποίο είναι δεμένο ένα λεπτό νήμα. Αρχικά το νήμα είναι οριζόντιο στη διεύθυνση KA. Τραβάμε το νήμα και υποχρεώνουμε τη σφαίρα να ολισθαίνει με σταθερή επιτάχυνση  $a = 2 \text{ m/s}^2$  διατηρώντας το νήμα οριζόντιο. Τι γωνία θα σχηματίζουν η ακτίνα KA και το νήμα;



12

Δύο ομογενείς ισοπαχείς ράβδοι από το ίδιο υλικό μήκους  $L$  και  $2L$  είναι ενωμένες στο ένα άκρο τους υπό γωνία  $45^\circ$  και ισορροπούν στο οριζόντιο έδαφος με τη μικρότερη ράβδο να ακουμπάει σ' αυτό. Αν η μάζα της μικρότερης ράβδου είναι  $m = 2 \text{ kg}$ , να βρεθεί το μέγιστο βάρος που μπορούμε να κρεμάσουμε στο άκρο της μεγάλης ράβδου χωρίς το σύστημα να ανατραπεί (συν $45^\circ = 0,7$ ).

10

Η διάταξη του σχήματος αποτελείται από τρεις όμοιες τροχαλίες, μάζας  $m = 0,5 \text{ kg}$  η καθεμία και χρησιμοποιείται για την ανύψωση του σώματος  $\Sigma$ , μάζας  $m_\Sigma = 50 \text{ kg}$ . Όταν η διάταξη ισορροπεί

- a.** να δείξετε ότι η απαιτούμενη δύναμη  $F$  είναι ανεξάρτητη από το βάρος κάθε τροχαλίας.  
**b.** να υπολογίσετε τις τάσεις όλων των νημάτων.

Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

